| Zchech | **Stochastik** | BSZ Bau und Technik |
|---|---|---|
| Hinweise: siehe letztes Blatt | Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung | |

- Ein Experiment, das ................................................ unter ........................................................................ ................................................... ist und dessen Ausgang ............................................................ ist, heißt **Zufallsexperiment**.

<u>Beispiel: Glücksrad mit acht Zahlen</u>

Anna und Jan stehen auf dem Sommerfest vor einem Glücksrad mit acht gleich großen Teilfeldern, die die Zahlen von 1 bis 8 tragen. Sie fragen sich, wie wahrscheinlich es ist, dass eine gerade Zahl getroffen wird.

a) Geben Sie alle möglichen Ergebnisse an. ..............................................................................................

b) Geben Sie die Menge aller Ergebnisse (Ergebnismenge) an. ..........................................................................

c) Notieren Sie sich das Ereignis „eine gerade Zahl wird getroffen“. ....................................................................

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine gerade Zahl getroffen wird. ..............................

- Der Ausgang eines Zufallsexperiments heißt ................................. .
  Die .................................................. enthält alle möglichen Ergebnisse.
  Jedes .................................. ist eine Teilmenge der Ergebnismenge Ω.
  Ein **Elementarereignis** ist ein einelementiges Ereignis.
  Das **sichere Ereignis** tritt immer ein (E = Ω); das **unmögliche Ereignis** tritt nie ein (E = { }).

<u>Beispiel: Werfen einer idealen Münze</u>

a) Ergebnismenge: ..............................................................................................................................

b) Ereignis „Zahl liegt oben“: ..............................................................................................................

<u>Beispiel: Ziehung einer Kugel aus 49 nummerierten Kugeln</u>

a) Ergebnismenge: ............................................................................................................................

b) Ereignis „Kugel Nr. 17 wird gezogen“: ...............................................................................................

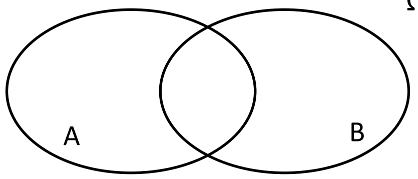
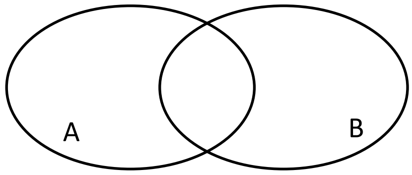
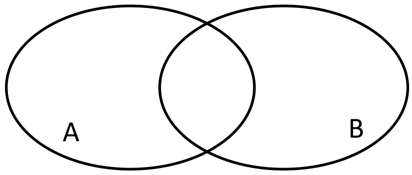
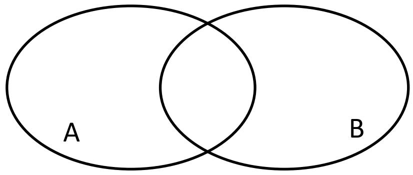
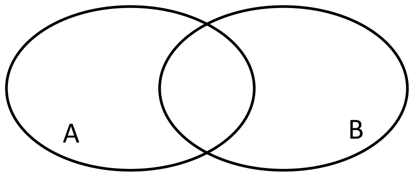
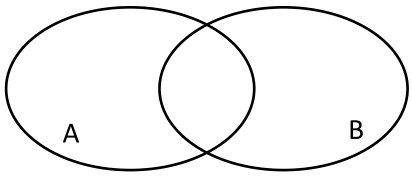
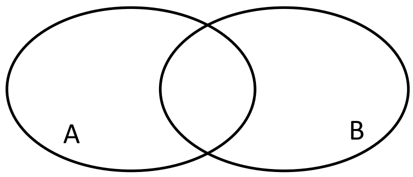
c) Ereignis „Kugel Nr. 52 wird gezogen“: ...............................................................................................

d) Ereignis „Es wird eine der Kugeln Nr. 1 bis Nr. 49 gezogen“: ...........................................................

- Die Verknüpfung von Ereignissen kann mit Hilfe von **VENN-Diagrammen** dargestellt werden.

<u>Beispiel: Einmaliger Wurf eines Würfels</u>

Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
Ereignis A: „Primzahl“ -> .......................................................
Ereignis B: „gerade Zahl“ -> .......................................................

| Symbol | Beschreibung | VENN-Diagramm |
| --- | --- | --- |
| A | Das Ereignis A tritt ein.<br><br>Bsp.: | Ω<br> |
| $A \cap B$ | Sowohl das Ereignis A, als auch das Ereignis B tritt ein.<br><br>Bsp.: | Ω<br> |
| $A \cup B$ | Mindestens eines der Ereignisse A oder B tritt ein.<br><br>Bsp.: | Ω<br> |
| $\bar{A}$ | tritt ein, wenn A nicht eintritt.<br><br>Bsp.: | Ω<br> |
| $A \setminus B$ | A tritt ein, aber gleichzeitig tritt B nicht ein.<br><br>Bsp.: | Ω<br> |
| $\bar{A} \cap \bar{B}$ | Schnittmenge von „nicht A" und „nicht B", d.h. weder A noch B tritt ein.<br><br>Bsp.: | Ω<br> |
| $\bar{A} \cup \bar{B}$ | Vereinigung von „nicht A" oder „nicht B", d.h. höchstens eines der Ereignisse A oder B tritt ein.<br><br>Bsp.: | Ω<br> |

- Die **Wahrscheinlichkeit** ist die Chance, dass ein zukünftiges Ereignis eintritt.
  Die Wahrscheinlichkeit liegt zwischen 0 und 1: $\mathbf{0 \leq P(E) \leq 1}$
  *P(E)* … Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses E.

<u>Beispiel: Einmaliger Wurf eines idealen sechsseitigen Würfels</u>

a) Ergebnismenge: ..............................................................................................................................
..........................................................................................................................................................

b) Ereignis „es fällt eine 5“: ................................................................................................................
..........................................................................................................................................................
..........................................................................................................................................................

c) Ereignis „es fällt eine durch 3 teilbare Zahl“: ................................................................................
..........................................................................................................................................................
..........................................................................................................................................................

- Zufallsexperimente, bei denen alle möglichen Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind, heißen ........................................................ .
  Bei einem Laplace-Experiment ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis E durch die folgende Formel:

$$P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{Anzahl\ der\ f\ddot{u}r\ E\ g\ddot{u}nstigen\ Ergebnisse}{Anzahl\ aller\ m\ddot{o}glichen\ Ergebnisse}$$

<u>Beispiel: Werfen eines idealen sechsseitigen Würfels -> E = {6}</u>

| Anzahl der Würfe $n$ | Absolute Häufigkeit $H_n(E)$ | Relative Häufigkeit $h(E) = \frac{H_n(E)}{n}$ |
|---|---|---|
| 10 | | |
| 20 | | |
| 30 | | |
| 40 | | |
| 50 | | |

- **Empirisches Gesetz der großen Zahlen:**

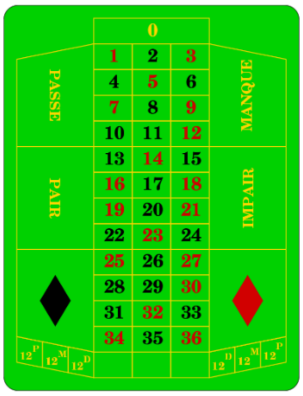
..........................................................................................................................................................
..........................................................................................................................................................
..........................................................................................................................................................
.........................................................................................................................

Beispiel: Von 6 PC-Bildschirmen sind 2 zufällig gewählt (2 sind defekt)

$E_1$ = {beide Bildschirme sind defekt}
$E_2$ = {kein Bildschirm ist defekt}
$E_3$ = {genau ein Bildschirm ist defekt}

Beispiel: Roulette

Mit einer Kugel wird zufällig eine Zahl zwischen 0 und 36 bestimmt. Der Spieler hat verschiedene Möglichkeiten zu setzen.




a) Geben Sie die Ergebnismenge und die Anzahl aller möglichen Ergebnisse an.

b) Geben Sie das Ereignis E = „eine rote Zahl gewinnt“ an.

c) Stellen Sie das Gegenereignis $\bar{E}$ auf und geben Sie die zugehörigen Elemente an.

d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse $E$ und $\bar{E}$.

e) Addieren Sie die Wahrscheinlichkeiten des Ereignisses und seines Gegenereignisses. Formulieren Sie eine allgemeingültige Gesetzmäßigkeit.

f) Bilden Sie die Schnittmenge von $E$ und $\bar{E}$.

g) Geben Sie das Ereignis A = „eine gerade Zahl gewinnt“ an.

h) Geben Sie das Ereignis B = „eine rote und gerade Zahl gewinnt“ an.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses B.

i) Geben Sie das Ereignis C = „eine rote oder gerade Zahl gewinnt“ an.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses C.

- Mehrstufe Zufallsexperimente können übersichtlich durch ................................................ dargestellt werden. Jeder .............. symbolisiert dabei ein Ergebnis des Zufallsexperimentes.

Beispiel: Von 6 PC-Bildschirmen sind 2 zufällig gewählt (2 sind defekt)

→ 2 von 6 Bildschirmen sind **defekt**
→ 4 von 6 Bildschirmen sind **intakt**

$E_1$ = {beide Bildschirme sind defekt}
$E_2$ = {kein Bildschirm ist defekt}
$E_3$ = {genau ein Bildschirm ist defekt}

$P(E_1) =$

$P(E_2) =$

$P(E_3) =$

- **1. Pfadregel:** ..................................................................................................................
..................................................................................................................
..................................................................................................................

- **2. Pfadregel:** ..................................................................................................................
..................................................................................................................
..................................................................................................................

1. In einer Urne befinden sich 6 rote, 4 blaue und 3 grüne Kugeln. Es soll zweimal aus der Urne gezogen werden (ohne Zurücklegen). Fertigen Sie ein Baumdiagramm an.
   a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „zwei grüne Kugeln werden gezogen“?
   b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „zwei gleichfarbige Kugeln werden gezogen“?

2. Für einen Multiple-Choice-Test, gibt es zu drei Fragen vier mögliche Antworten (es ist immer genau eine richtig).
   a) Fertigen Sie ein Baumdiagramm an.
   b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, den Test ohne Kenntnisse fehlerlos zu bestehen.

3. Der Zusammenbau zweier Teile zu einem Kugelschreiber erfolgt zufällig. 10% der gelieferten Kunststoffhülsen
   und 5% der gelieferten Minen sind nicht einwandfrei.
   a) Geben Sie in einem Baumdiagramm die Wahrscheinlichkeitsverteilung an.
   b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind beide Teile einwandfrei?
   c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist genau eines der beiden Teile defekt?
   d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist mindestens ein Teil defekt?

Liebe Schülerinnen und Schüler der FA19a,

wir haben uns nun lange genug mit Funktionen beschäftig. Daher nun ein kleiner Themenwechsel.

Vorliegendes Material zur Wahrscheinlichkeitsrechnung sollen Sie bitte mit Hilfe ihres bisherigen Wissens, ihrer Unterlagen aus der Oberschule/vom Gymnasium oder mit Hilfe eigener Recherchen in Büchern oder dem Internet vervollständigen.

Einen Termin zum Vergleich der Aufgaben stelle ich wieder in unsere Discord-Gruppe. Bitte bearbeiten Sie das Material sorgfältig – wir werden zu dem Thema nochmal eine Leistungskontrolle schreiben…

Viel Spaß und liebe Grüße
K. Zschech